Dpto. Economía Financiera y Contabilidad
"Análisis de las operaciones financieras de constitución y amortización"
TEMAS 9 y 10 (1ª Parte)
Prof. María Jesús Hernández García.

"OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACION"

INTRODUCCION :

- **Entendemos por operación financiera de amortización, aquella, en que un ente económico, (acreedor ó prestamista), cede un capital C_0 , a otro ente económico, (deudor ó prestatario), el cuál, debe amortizar C_0 y además, "abonar" ó "pagar" sus intereses, con uno ó varios capitales financieros, $\{(C_1, t_1), (C_2, t_2),..,(C_n, t_n)\}$.**

Gráfica de la operación :

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
C_0 & & C_1 & & C_2 & & & & C_j & & & & C_{n-1} & & C_n \\
| & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | \\
t_0 & i_1 & t_1 & i_2 & t_2 & \ldots & t_{j-1} & i_j & t_j & i_{j+1} & t_{j+1} & \ldots & t_{n-1} & i_n & t_n
\end{array}
$$

(graf.1)

- **El capital ó capitales que se "ceden" ó prestan, constituyen la prestación de la operación, habitualmente única.**
- **El capital ó capitales con que se amortiza y pagan los intereses de la prestación, constituyen la contraprestación de la operación, habitualmente múltiple.**
- **En el momento que se cede C_0 , situamos el inicio u origen de la operación, anotaremos : 0.**
- **En la fecha de vencimiento del último de los capitales de la contraprestación, se sitúa el final de la operación, anotaremos : n**
- **El tiempo transcurrido entre 0 y n, es decir n - 0 = n, es la "duración" de la operación.**

"PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA O EQUIDAD FINANCIERA"

"En toda operación financiera de amortización, la prestación tiene que ser financieramente equivalente a la contraprestación, según los términos pactados en el contrato".

Normalmente, dicha equivalencia se plantea, en el origen 0 ó en el final n, pero tiene que verificarse en cualquier momento de la duración, t_j € $[t_0 , t_n]$. Si la operación de la graf.1 se hubiese acordado con la ley financiera de capitalización compuesta y los tipos efectivos correspondientes, son los que figuran en los intervalos :

Equivalencia en el origen 0 :

$$C_0 = C_1 (1+i_1)^{-1} + C_2 (1+i_1)^{-1} (1+i_2)^{-1} + \ldots + C_n (1+i_1)^{-1} \ldots (1+i_n)^{-1} =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} C_j \prod_{k=1}^{j} (1+i_k)^{-1}$$

Equivalencia en el final n :

$$C_0 (1+i_1)(1+i_2)\ldots(1+i_n) = C_1 (1+i_2)\ldots(1+i_n) + C_2 (1+i_3)\ldots(1+i_n) + \ldots + C_n$$

$$C_0 \prod_{j=1}^{n} (1+i_j) = \sum_{j=1}^{n} C_j \prod_{k=1}^{n} (1+i_{K+1})$$

"INTRODUCCION A LOS PRESTAMOS"

Un contrato de préstamo es una operación financiera de amortización, en la que el prestamista, normalmente una entidad de crédito, entrega una cantidad de dinero C_0,

denominada PRINCIPAL del PRESTAMO, al prestatario, que adquiere a cambio la obligación de pagar los intereses y amortizar el PRINCIPAL, esto es devolver el capital recibido en las condiciones y plazos pactados.

***La ley financiera pactada suele ser, salvo que se diga lo contrario, la de capitalización compuesta.**

Ente las maneras más frecuentes de devolución ó "pago" de un préstamo podemos destacar :

I.- <u>Préstamos elementales ó simples :</u>

a) Al final de la operación se devuelve el principal junto con los intereses acumulados, también se llaman préstamos de "reembolso único" :

<u>Gráfica de la operación :</u>

$$
\begin{array}{cccccccc}
C_0 & & & & & & & C_0\,(1+i)^n \\
|\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------}| & \\
t_0 & t_1 & \ldots & & t_j & \ldots & t_{n-1} & t_n
\end{array}
$$

A un tipo de valoración constante i, (C_0 , t_0), la prestación y ($C_0\,(1+i)^n$, t_n), la contraprestación.

b) Se abonan ó "pagan" los intereses todos los periodos y el principal se amortiza al final, (Sistema Americano):

<u>Gráfica de la operación :</u>

$$
\begin{array}{cccccccc}
C_0 & C_0\,i & \ldots & & C_0\,i & \ldots & C_0\,i & C_0 + C_0\,i \\
|\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------}| & \\
t_0 & t_1 & \ldots & & t_j & \ldots & t_{n-1} & t_n
\end{array}
$$

A un tipo de valoración constante i, (C_0 , t_0) la prestación y {(C_0 i , t_1), (C_0 i , t_2),…,(C_0+ C_0 i , t_n)} , la contraprestación.

II.- Préstamos complejos ó contraprestación múltiple, el capital principal, se devuelve mediante una renta que cubre capital e intereses:

C_0 a_1 …. a_j …. a_{n-1} a_n
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
t_0 t_2 …. t_j …. t_{n-1} t_n

(graf.2)

En el caso de una renta constante, a_1= a_2=… =a_n= a y a un tipo de valoración único i, la relación de equivalencia ó equidad financiera en el origen :

$$C_0 = a \; a_{\overline{n}|i} = a \; [(1-(1+i)^{-n}) / i]$$

(El sistema anterior de amortización de préstamos se llama francés)

<u>"ANOTACIONES PARA LOS PRESTAMOS"</u>

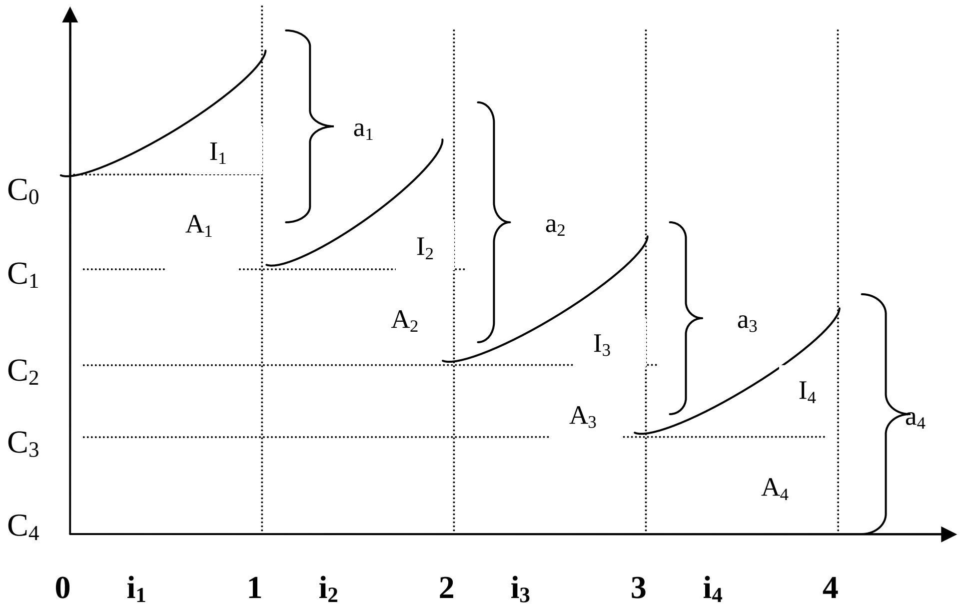
- **C_0: cuantía de la prestación ó cuantía del capital principal.**
- **(a_j, t_j), j=1,…,n : términos amortizativos**
- **C_j, j=0,1,…,n. : Saldo, Capital vivo ó Capital pendiente, después de haberse devengado los j primeros términos amortizativos, (incluido el j-ésimo).**
- **M_j , j=1,…, n : Cuantía del capital amortizado en los j primeros periodos ó amortización total, hasta ó correspondiente al periodo j-ésimo.**

- **I_j, j=1,…n : Cuota de interés ó cantidad que se abona en concepto de intereses del periodo j, al terminar este periodo, siendo : $I_j = C_{j-1}\, i$**

- **A_j, j=1,…,n : Cuota de amortización ó cantidad de “amortización del principal” del periodo j, al terminar este periodo, siendo :**

$$A_j = a_j - I_j \quad \text{ó} \quad A_j = C_{j-1} - C_j$$

“ESQUEMA GRAFICO DE LA DINAMICA INTERNA DE LA AMORTIZACION DE UN PRESTAMO”



"CUADRO DE AMORTIZACION DE UN PRESTAMO"

Periodos	Términos a_j	Tipos i_j	Cuotas de Interés I_j	Cuotas de Amortización A_j	Saldos o Capital Vivo C_j
0					C_0
1	a_1	i_1	$I_1=C_0 i_1$	$A_1= a_1- I_1$	$C_1= C_0 (1+i_1)-a_1$
2	a_2	i_2	$I_2=C_1 i_2$	$A_2= a_2- I_2$	$C_2= C_1 (1+i_2)-a_2$
. . .					
j-1					$C_{j-1}= C_{j-2} (1+i_{j-1}) - a_{j-1}$
j	a_j	i_j	$I_j=C_{j-1} i_j$	$A_j= a_j- I_j$	$C_j= C_{j-1} (1+i_j)-a_j$
. . .					
n-1	a_{n-1}	i_{n-1}	$I_{n-1}=C_{n-2} i_{n-1}$	$A_{n-1}= a_{n-1}- I_{n-1}$	$C_{n-1}= C_{n-2} (1+i_{n-1})- a_{n-1}$
n	a_n	i_n	$I_n=C_{n-1} i_n$	$A_n=a_n- I_n= C_{n-1}$	$C_n=C_{n-1}(1+i_n)-a_n=0$

***Observar que la suma de la columna de las cuotas de amortización tiene que ser, la amortización del principal:**

$$\sum_{j=1}^{n} A_j = C_0 \quad y \quad A_j = C_{j-1} - C_j \;\; para\, todo \;\; j = 1,..,n$$

****Nos faltaría en el cuadro de amortización, la columna de las amortizaciones totales anotadas *M_j*, j=1,...,n. Dicha columna, estaría situada entre la de las cuotas de amortización y la de los saldos siendo:**

$$M_j = M_{j-1} + A_j \quad por\ lo\ tanto \;\; M_j = \sum_{k=1}^{j} A_k \;\; y \;\; M_n = C_0$$

$$además, \;\; C_j = C_0 - M_j \;,\; para\ todo\;\; j = 1,...,n$$

"SISTEMA DE AMORTIZACION PROGRESIVO O FRANCES "

INTRODUCCION **:**

Este sistema consiste en amortizar el capital cedido ó prestado, C_0, mediante una renta, anual ó fraccionada de términos constantes, $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = a$ y, siendo también constantes los tipos de valoración, $i_1 = i_2 = \ldots = = i_n = i$.

Gráfica de la operación :

C_0 a … a a … a a
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
t_0 i t_1 … t_{j-1} i t_j … t_{n-1} i t_n

$$C_0 = a \ a_{n\rceil i} = a \ [(1-(1+i)^{-n}) / i] \text{ , siendo, } a = C_0 \,/\, a_{n\rceil i}$$

"CUADRO DE AMORTIZACION DEL SISTEMA FRANCES"

Pe rio dos Años	Tér mi nos a	Cuotas de Interés I_j	Cuotas de Amortización A_j	Saldos o Capital Vivo C_j
0				C_0
1	a	$I_1 = C_0\, i$	$A_1 = a - I_1$	$C_1 = C_0\,(1+i) - a$
2	a	$I_2 = C_1\, i$	$A_2 = a - I_2$	$C_2 = C_1\,(1+i) - a$
...	...	...	...	...
j-1				$C_{j-1} = C_{j-2}\,(1+i) - a$
j	a	$I_j = C_{j-1}\, i$	$A_j = a - I_j$	$C_j = C_{j-1}\,(1+i) - a$
...	...	...	...	...
n-1	a	$I_{n-1} = C_{n-2}\, i$	$A_{n-1} = a - I_{n-1}$	$C_{n-1} = C_{n-2}\,(1+i) - a$
n	a	$I_n = C_{n-1}\, i$	$A_n = a - I_n = C_{n-}$	$C_n = C_{n-1}\,(1+i) - a = 0$

***Cuotas de Amortización , $A_{j+1}= C_j - C_{j+1}$, para todo j=1,..,n**

$$C_j = C_{j-1}(1+i)- a$$
$$C_{j+1} = C_j \ (1+i) - a$$

$$C_j - C_{j+1} = C_{j-1}(1+i) - C_j(1+i) =$$

$$= (C_{j-1} - C_j)(1+i) = A_j(1+i)$$

****$A_{j+1} = A_j(1+i)$, para todo j=1,..,n, en el sistema de amortización francés, las cuotas de amortización aumentan en progresión geométrica de razón, (1+i), es decir, las cuatas de amortización es una progresión de términos crecientes, de ahí, la denominación de "método de amortización progresivo", para el método francés.**

- **Cálculo del Saldo ó Capital vivo :**

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
 & & & & & & C_{j-1} & & C_j & & & & & & \\
C_0 & & a & & \ldots & & a & & a & & \ldots & & a & & a \\
| & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | \\
t_0 & i & t_1 & & \ldots & & t_{j-1} & i & t_j & & \ldots & & t_{n-1} & i & t_n
\end{array}
$$

a) <u>Método iterativo ó recurrente</u>, el saldo al final de cualquier periodo j, es el saldo al principio del periodo, es decir en j-1, capitalizado por el factor de capitalización del periodo, (1+i), y restándole el termino amortizativo en j, a_j, en el sistema de amortización francés :

$$C_j = C_{j-1}(1+i) - a.$$

b)Método retrospectivo ó basándose en el cumplimiento de los compromisos pasados :

$$C_j = C_0\,(1+i)^n - a\;s_{j\rceil i} = C_0\,(1+i)^n - a\,[((1+i)^j - 1)/\,i].$$

c)Método prospectivo ó basándose en los compromisos que quedan por cumplir :

$$C_j = A_{n-j\rceil i} = a\;a_{n-j\rceil i} = a\,[(1-(1+i)^{-(n-j)})\,/\,i].$$

AMORTIZACIÓN CON PERIODOS DE CARENCIA :

INTRODUCCION :

Periodos de carencia, son aquellos periodos, en los que no se paga amortización y/o intereses, normalmente esto pasa en el inicio del préstamo. Hay dos tipos de carencia :

a) CARENCIA TOTAL :

No se paga ni amortización ni intereses en los h periodos iniciales, por lo tanto durante los h periodos de carencia, se verifica : $I_1 = \ldots = I_h = 0$; $A_1 = \ldots = A_h = 0$ y $a_1 = \ldots = a_h = 0$.

Esquema gráfico :

$$C_0(1+i)^h$$

```
C0                                        a      ....      a       a
 |--------|--------|-------›|--------|--------|--------|--------|
 0   i   1      ....   h   i   h+1    ....  n-1  i    n
```

El saldo en h es $C_0(1+i)^h$, por lo tanto, el principio de equivalencia ó equidad planteado ahora en h,:

$$C_0(1+i)^h = a\ a_{\overline{n-h}|i} = a\,[(1-(1+i)^{-(n-h)})/i].$$

b) <u>CARENCIA PARCIAL Ó DE AMORTIZACIÓN</u> :

Durante los h periodos de carencia, solo se paga la cuota de interés: $I_1=\ldots=I_h=C_0\,i$; $A_1=\ldots=A_h=0$ y $a_1=\ldots=a_h=C_0\,i$.

<u>Esquema gráfico</u> :

```
                              C0
C0     C0i     C0i    C0i      a      ....      a       a
|--------|--------|------->|--------|--------|--------|--------|
0   i    1        ....   h   i  h+1     ....   n-1  i     n
```

Ahora, el saldo en h es C_0, el principio de equivalencia ó equidad planteado en h :

$$C_0 = a\ a_{\overline{n-h}|i} = a\,[(1-(1+i)^{-(n-h)})/i]$$

"CANCELACION ANTICIPADA "

<u>1.-CANCELACIÓN Ó REEMBOLSO TOTAL</u> , anotación : A_j :

Puede suceder que el tanto de interés de mercado, i' en el momento j € [0, n] de producirse la cancelación, sea, mayor, igual ó menor que el tanto de interés, i del préstamo, es decir:

a) Si $i \leq i'$, el acreedor ó prestamista, no sale perjudicado por la cancelación del préstamo, debería cancelar por el valor del saldo en j, entonces, $A_j = C_j$
b) Si $i' < i$, el acreedor ó prestamista, si sale perjudicado por la cancelación del préstamo, esto, se suele contemplar en una condición en el contrato, normalmente en "forma" de penalización.

2.CANCELACIÓN Ó REEMBOLSO PARCIAL, anotación de la cuantía del "pago": R_j .

No se quiere hacer un reembolso total del préstamo, sino parcial, es decir, una entrega ó pago, R_j menor que el saldo pendiente, C_j , se pueden producir las mismas situaciones que en 1) :

a) **Si $i \leq i'$, el acreedor ó prestamista, no sale perjudicado por la cancelación parcial del préstamo, no debería ser penalizado y la cuantía del nuevo saldo pendiente $C'_j = C_j - R_j$, siendo ahora, $C'_0 = C'_j$**

b) **Si $i' < i$, el acreedor ó prestamista, si sale perjudicado por la cancelación parcial del préstamo, en el momento j, al entregar la cantidad R_j , siendo P la cuantía de la penalización, ahora el nuevo saldo será $C'_j=(C_j-R_j) + P$**