Dpto. Economía Financiera
y Contabilidad

TEMA 2: *OPERACIONES DE AMORTIZACION: PRESTAMOS*

2.2.-VALOR, USUFRUCTO Y NUDA PROPIEDAD EN UNA OPERACIÓN DE PRESTAMO

2.2.0.-*INTRODUCCION:*

Al tratar el problema de la cancelación de un préstamo, vimos la necesidad de "valorar" este préstamo, según el tipo de interés de mercado vigente, i'_M, en el momento de la cancelación. No solo la cancelación puede ser la razón para la valoración de un préstamo durante su vigencia, otros casos, si se quiere traspasar su propiedad, para propiedades inmobiliarias grabadas con préstamos hipotecarios, herencias, venta de prestamos indiciados,…

2.2.1.-*DEFINICION DE VALOR DE UN PRESTAMO ó "DERECHO DEL PLENO DOMINIO" en j, j Є [0 , n]:*

Se anota, V_J , y, es la valoración en j, de todos los términos amortizativos pendientes, valorados al interés de mercado, i'_M:

$$
\begin{array}{ccccc}
V_J & a_{J+1} & a_{J+2} & \dots & a_n \\
|\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------}/\!/ & \text{--------} & | \\
J & J+1 & j+2 & \dots & n
\end{array}
$$

Siendo:

$$V_J = \sum_{s=1}^{n-J} a_{J+s} \bullet (1+i'_M)^{-s}$$

***<u>OBSERVACION</u>: En todo préstamo con amortización periódica, el término amortizativo a_J, se descompone en cuota de interés I_J y cuota de amortización A_J , es decir :**

$$a_J = I_J + A_J \quad , \text{ para todo } j = 1,2,\dots,\ n$$

Esta descomposición, anterior, del término amortizativo, da lugar a dos nuevos conceptos, Usufructo y Nuda Propiedad del préstamo.

2.2.2.-*DEFINICION DE, USUFUCTO DE UN PRESTAMO ó "DERECHO A LA RENTABILIDAD" EN j, j € [0 , n]:*

Se anota U_J , y, es la valoración en j, de todos las cuotas de interés pendientes, valoradas al interés de mercado, i'_M :

U_J	I_{J+1}	I_{J+2}	…	I_n
J	J+1	j+2	…	n

Siendo:

$$U_J = \sum_{s=1}^{n-J} I_{J+s} \bullet (1+i'_M)^{-s}$$

2.2.3.-*DEFINICION DE NUDA PROPIEDAD DE UN PRESTAMO EN j, j € [0 , n] :*

Se anota, N_J, y, es la valoración en j, de todas las cuotas de amortización pendientes, valoradas al interés de mercado, i'_M

N_J	A_{J+1}	A_{J+2}	…	A_n
J	J+1	j+2	…	n

Siendo :

$$N_J = \sum_{s=1}^{n-J} A_{J+s} \bullet (1+i'_M)^{-s}$$

Dadas los relaciones anteriores, el Valor de un Préstamo en j € [0 , n], es la suma del Usufructo y la Nuda Propiedad, en j:

$$V_J = \sum_{s=1}^{n-J} a_{J+s} \bullet (1+i'_M)^{-s} = \sum_{s=1}^{n-J} (I_{J+s} + A_{J+s}) \bullet (1+i'_M)^{-s} =$$

$$V_J = U_J + N_J \qquad J = 1, 2, \ldots, N$$

2.2.4.-*FORMULA GENERALIZADA DE ACHARD*

2.2.4.-1º) *INTRODUCCION* : Vamos a deducir una expresión matemática que relaciona el Usufructo con la Nuda Propiedad:

$$U_j = \sum_{s=1}^{n-j} I_{j+s} \bullet (1+i'_M)^{-s}$$

Teniendo en cuenta que en esta sumatoria se expresa el Usufructo, es la suma financiera de las cuotas de interés pendientes actualizadas al tipo i'_M del mercado, lo podemos desarrollar:

$$U_j = (C_j \bullet i) \bullet (1+i'_M)^{-1} + (C_{j+1} \bullet i) \bullet (1+i'_M)^{-2} + \ldots +$$

$$+ (C_{n-1} \bullet i) \bullet (1+i'_M)^{-(n-j)} \qquad (I)$$

- **Los saldos ó reservas matemáticas C_j, se pueden expresar en función de las cuotas de amortización, para todo,j=0,1,…,n:**

$$C_j = \sum_{s=j+1}^{n} A_s \text{ , } para\ todo\ j = 0,1,\ldots,n$$

- **Sustituyendo en (I) :**

$$U_j = (A_{j+1} + \ldots + A_n) \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-1} + (A_{j+2} + \ldots + A_n) \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-2} + \ldots +$$

$$+ A_n \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-(n-j)} =$$

$$= A_{j+1} \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-1} + A_{j+2} \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-1} \bullet (1+i'_M)^{-2} + \ldots\ldots +$$

$$+ \quad A_n \bullet i \bullet (1+i'_M)^{-1} \bullet \quad (1+i'_M)^{-2} \bullet \ldots \bullet (1+i'_M)^{-(n-j)} \quad (II)$$

■ **Agrupando en (II) :**

$$\mathbf{U_J = A_{J+1} \bullet i \bullet a_{1\rceil i'm} + A_{J+2} \bullet i \bullet a_{2\rceil i'm} + \ldots + A_n \bullet i \bullet a_{n-j\rceil i'm}} =$$

$$= \sum_{s=j+1}^{n} A_s \bullet \mathbf{i} \bullet \mathbf{a_{s-j\rceil i'm}} = \sum_{s=j+1}^{n} A_s \bullet \mathbf{i} \bullet \left[\left(1-(1+i'_M)^{-(s-j)} \right) / i'_m \right] =$$

$$= \sum_{s=j+1}^{n} A_s \bullet (i / i'_M) - \sum_{s=j+1}^{n} A_s \bullet (i / i'_M) \bullet \left[(1+i')^{-(s-j)} \right] =$$

$$= (i / i'_m) \bullet (C_J - N_J)$$

<u>FORMULA DE ACHARD</u> , siendo, $U_J = (i / i'_m)(C_J - N_J)$ **(III), junto la fórmula (III) y la relación:**

$$V_j = U_j + N_j \,, \; j = 1, 2, \ldots, n:$$

■ **Forman un sistema lineal de dos ecuaciones:**

$$\begin{cases} U_J = (i / i'_M)(C_J - N_J) \\ V_J = U_J + N_J \end{cases} \quad \text{Para todo } j = 1,2,..,n$$

En el cual, conocidas dos variables, se pueden determinar las otras dos.