



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

1. LEY FINANCIERA DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE.

1.- Calcular los intereses producidos por un capital de 1800€ colocado 120 días al 7% de interés anual simple. a) Considerando el año civil. b) Considerando el año comercial.

Los intereses son la diferencia entre el valor en el momento inicial C_0 y el valor equivalente en el momento final C_n . La fórmula de la ley de capitalización simple es

$$C_n = C_0 (1 + n i)$$

donde n e i , están en la misma unidad de tiempo. Por tanto, la expresión de los intereses ordinarios ó simples y pospagables :

$$I_n = C_n - C_0 = C_0 (1 + n i) - C_0 = C_0 n i$$

Como el tiempo viene en días y el tanto de interés es anual lo primero que hay que hacer es hallar el tanto de interés diario. En capitalización simple los tantos de interés equivalentes se hallan dividiendo el tanto del periodo temporal mayor, generalmente un año, por el número de veces que contiene este periodo temporal mayor al periodo temporal menor. Un año tiene 365 días por lo que el tanto diario será

$$\frac{0'07}{365} = 0'00019178082 \Rightarrow I = 1800 \frac{0'07}{365} 120 = 41'42465753€$$

Sin embargo, al hacer los cálculos las entidades financieras normalmente consideran que todos los meses del año tienen 30 días por lo que un año tendría 360 días. Al año de 360 días se le denomina año comercial y al año de 365 días se le llama año civil. El tanto diario si se considera el año comercial será

$$\frac{0'07}{360} = 0'0001944444444 \Rightarrow I = 1800 \frac{0'07}{360} 120 = 42€$$

2.- Se ingresa un capital financiero, (12.020€, 1/1/2.002) en una entidad financiera, que ofrece una rentabilidad anual del 3.90%, simple y vencido. Calcúlese el capital disponible y los intereses obtenidos :

a) Al cabo de 1 año, de 1 año y medio, de 2 años.

b) Al cabo de 134 días, de 3 meses y de 14 meses.

*En todos los casos trabajar con el Año Comercial de 360 días.

a.1) El montante del capital en 1 año : $C_1 = 12.020 (1 + 0.039) = 12.488,78€$

Los intereses simples en 1 año : $I_1 = 12.488,78 - 12.020 = 468,78€$

a.2) Pasamos el tiempo a meses, 1 año y medio son 18 meses y el tipo de interés anual a mensual, $i_{12} = 0.039/12 = 0.00325$ entonces :

Montante del capital en 18 meses : $C_{18} = 12.020 (1 + 18 \cdot 0.00325) = 12.723,17€$

Intereses simples del capital en 18 meses : $I_{18} = 12.723,17 - 12.020 = 703,17€$

a.3) Montante del capital en 2 años : $C_2 = 12.020 (1 + 2 \cdot 0.039) = 12.957,56€$

Intereses simples del capital en 2 años : $I_2 = 12.957,56 - 12.020 = 937,56€$



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

2.- (continuación). b.1) Pasamos el tipo de interés anual a tipo de interés diario, $i_{360} = 0.0390/360 = 0.0001083$, aproximándolo por exceso, $i_{360} = 0.00011$:

Montante del capital en 134 días : $C_{134} = 12.020 (1 + 134 \cdot 0.00011) = 12.197.17€$

Intereses simples del capital en 134 días : $I_{134} = 12.197,17 - 12.020 = 177.17€$

b.2) Ya tenemos calculado el tipo de interés mensual, con lo cuál :

Montante del capital en 3 meses : $C_3 = 12.020 (1 + 3 \cdot 0.00325) = 12.137,19€$

Intereses simples del capital en 3 meses : $I_3 = 12.137,19 - 12.020 = 117,19€$

b.3) Montante del capital en 14 meses : $C_{14} = 12.020 (1 + 14 \cdot 0.00325) = 12.566,91€$

Intereses simples del capital en 14 meses : $I_{14} = 12.566,91 - 12.020 = 546.91€$

3.- a) Un capital de 6.010€, se impuso en un depósito a plazo fijo a 3 años, siendo el capital final ó montante de 6.956€, si el régimen de capitalización pactado ha sido el simple, se pide : Determinar el tipo de interés simple vencido al cual fue impuesto.

b) En las mismas condiciones anteriores y una vez calculado el tipo de interés de la imposición, ¿cuánto tiempo sería necesario mantener el depósito para obtener un capital final ó montante de 7.250€?

a) El montante en 3 años de un capital inicial $C_0 = 6.010€$, en capitalización simple, ha sido $C_3 = 6.956€$, por lo tanto :

$$6.956 = 6.010 (1 + 3 i)$$

Despejando i :

$$(1 + 3 i) = \frac{6.956}{6.010} \Rightarrow 3 i = \left(\frac{6.956}{6.010} - 1 \right) = 0.1574 \Rightarrow i = \frac{0.1574}{3} = 0.0524$$

Rédito de interés anual, simple y vencido del depósito : 5,24%.

c) Ahora, la incógnita es el tiempo de imposición en el depósito, de los 6.010€, para obtener un montante de 7.250€, por lo tanto :

$$7.250 = 6.010 (1 + n \cdot 0.0524)$$

Despejamos n :

$$(1 + n \cdot 0.0524) = \frac{7.250}{6.010} ; 0.0524 n = \left(\frac{7.250}{6.010} - 1 \right) = 0.2063 ;$$

$$n = \frac{0.2063}{0.0524} = 3,937 \text{ años.}$$

Habría que mantener el depósito : 3 años, 11 meses y 7 días.

4.- A una persona se le ofrece para devolverle un préstamo recibir uno de los dos conjuntos de capitales siguientes.

Opción A {(600€, 1/08/04) ; (3000€, 1/12/04)}

Opción B {(1200€, 15/07/04) ; (1350€, 1/11/04) ; (1050€, 12/12/04)}



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

Esta persona ingresa hasta fin de año ese dinero en el banco al 8'25% de interés anual simple. Hallar cuál de las dos opciones es más ventajosa. Usar el año civil.

Para comparar capitales es necesario hallar su equivalente en un mismo punto. En el caso de la capitalización ese punto es el final de la operación. Al usar el año civil es necesario contar los días que tiene cada mes.

$$\begin{aligned} \text{Opción A a final de año} &= 600 \left(1 + \frac{0'0825}{365} (30 + 30 + 31 + 30 + 31) \right) + \\ &3000 \left(1 + \frac{0'0825}{365} 30 \right) = 620'6136986 + 3020'342466 = 3640\text{€} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Opción B a final de año} &= 1200 \left(1 + \frac{0'0825}{365} (16 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31) \right) + \\ &1350 \left(1 + \frac{0'0825}{365} (29 + 31) \right) + 1050 \left(1 + \frac{0'0825}{365} 19 \right) = 1245'838356 + 1368'308219 + \\ &1054'509247 = 3668'655822\text{€} \end{aligned}$$

Por lo tanto la mejor opción es la opción B.

5.-Un Banco X, ofrece de regalo una cámara de video digital, valorada en 1.000€ , por una imposición de 8.000€ durante 3 años, dicho regalo se recibirá el mismo día que se efectúe la imposición. Otro Banco Y, en cambio ofrece un tipo de interés anual del 6% simple y vencido, para operaciones de plazo fijo a 3 años. Se pide :
Indicar que Banco ofrece el mejor tipo de interés anual, simple y vencido para operaciones de plazo fijo a 3 años.

El Banco X, al ofrecer un regalo justo en el momento de contratación del producto, es decir en el origen de la operación financiera, lo está remunerando con intereses anticipados ó prepagables, en este caso :

$$\begin{aligned} C_0^* &= 8.000\text{€} \text{ (valor de la imposición) }, I_3^* = 1.000\text{€} \text{ (valor de la enciclopedia) y } C_0 = C_0^* + I_3^* \Rightarrow \\ \Rightarrow C_0 &= 8.000 + 1.000 = 9.000\text{€} , \text{ siendo } I_3^* = C_0 \cdot 3 i^* . \end{aligned}$$

Despejando $i^* = \frac{1.000}{27.000} = 0'0370.$, por lo tanto, rédito de interés anual, simple y prepagable que ofrece el Banco X es el 3.70%.

El Banco Y, ofrece un interés anual, simple y pospagable del 6% , para poder comparar los tipos de ambos Bancos X e Y, primero hay que calcular el tanto equivalente vencido ó pospagable i , al anticipado ó prepagable del 0.0370 en 3 años, es decir el tanto i que verifique la equivalencia :

$$C_0 (1 - 3 i^*) (1 + 3 i) = C_0 , \text{ en este caso, } 9.000 (1 - 3 \cdot 0'0370) (1 + 3 i) = 9.000 ,$$



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

5.- (continuación). ecuación, de donde tenemos que despejar i :

$$(1 - 3 \cdot 0'0370) (1 + 3 i) = 1 \Rightarrow (1 + 3 i) = \frac{1}{1 - 0'111} \Rightarrow 3 i = \frac{1}{1 - 0'111} - 1 = 1'1248 - 1 = 0'1248 \Rightarrow i = 0'0416.$$

por lo tanto el rédito anual simple y pospagable del Banco X, para operaciones a 3 años es el 4.16%.

Concluimos, el Banco Y, con un rédito anual, simple y vencido del 6%, ofrece mejores condiciones que el Banco X, con un rédito anual simple y vencido del 4.16%, para las operaciones a plazo fijo de 3 años.

6.- Un individuo A, ha realizado unas obras de remodelación en su vivienda, por un importe de 3.050€, para afrontar la totalidad de dicho gasto, decide pedir un crédito personal, para ello consulta dos entidades financieras, X e Y.

La entidad financiera X, le oferta para dicho crédito las condiciones siguientes :

Intereses prepagables del 7% anual simple, duración 9 meses y la amortización se realizará con un solo pago a la finalización de la vida del préstamo.

La entidad financiera Y, le oferta para dicho crédito las condiciones siguientes :

Intereses pospagables del 7.75% anual simple, duración 9 meses y la amortización se realizará con un solo pago a la finalización de la vida del préstamo.

Se pide :

a) En el caso de optar por la entidad X, ¿qué cantidad deberá solicitar para afrontar la deuda de los 3.050€?

b) ¿Qué entidad oferta las mejores condiciones para la concesión del crédito personal?

a) La entidad X, plantea la operación financiera con intereses prepagables ó anticipados, es decir se devengan al principio del periodo :

$$C_0 = C_0^* + I_n^* \quad \text{siendo} \quad I_n^* = C_0 \cdot n \cdot i^* \Rightarrow C_0^* = C_0 - I_n^*.$$

Para el cálculo del nominal C_0^n , que debemos solicitar, trabajamos con el tiempo, 9

meses en años, siendo, $n = \frac{9}{12} = 0'75$ años. :

$$C_0 = 3.050 + C_0 \cdot 0'75 \cdot 0'07 \Rightarrow C_0 - 0'0525 C_0 = 3.050 \Rightarrow (1 - 0'0525) C_0 = 3.050. \Rightarrow 0'9475 C_0 = 3.050 \Rightarrow C_0 = 3.219€ \quad \text{y} \quad I_0^* = 3.219 - 3.050 = 169€$$

El nominal que debe solicitar el individuo A ó deudor, asciende a 3.219€, para poder percibir en el origen los 3.050€, líquidos, que necesita, pasados los 9 meses, tendrá que pagarle a la entidad financiera X ó acreedora, 3.219€, para amortizar el crédito personal solicitado.

Esta operación de intereses prepagables, es equivalente a la de intereses pospagables:

$$3.050 (1 + 0'75 i) = 3.219 \Rightarrow 0'75 i = \frac{3.219}{3.050} - 1 = 0'0554 \Rightarrow i = \frac{0'0554}{0'075} = 0'074.$$



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

Es decir, a un crédito con interés pospagables del 7'40% anual simple, un nominal solicitado de 3.050€ y a los 9 meses, el deudor deberá rembolsar a la entidad financiera X, acreedora, 3.219€, para amortizar el crédito, 3.050€ del nominal y 169€ de intereses vencidos.

b) A la vista de los resultados anteriores, lo único que diferencia la oferta de la entidad financiera Y, de la de la X, es el tipo de interés del 7'75%, superior en un 0'35% ó 0'0035, al de la X, siendo las condiciones de esta última, por lo tanto, mejores para el deudor.

7.- Dados los siguientes capitales (100€,4meses), (200€,6meses), y (500€,11meses) donde la cuantía viene en euros y el tiempo en meses se pide: a) Hallar el vencimiento medio. b) Calcular el vencimiento de 790€ para que sustituya al conjunto de capitales anterior. c) Calcular la cuantía que sustituye al conjunto de los tres anteriores capitales a los 8 meses. Considerar el año comercial y un tanto de interés anual simple del 4%.

$$a) \quad 800 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - \tau) \right) = 100 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 4) \right) + 200 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 6) \right) + 500 = 805'666666666$$

$$800 \frac{i}{12} (11 - \tau) = 100 \frac{i}{12} 7 + 200 \frac{i}{12} 5 \Rightarrow 800(11 - \tau) = 100 \cdot 7 + 200 \cdot 5$$

$$\tau = \frac{8800 - 700 - 1000}{800} = \frac{7100}{800} = 8'875 \text{ meses} = 8 \text{ meses y } 0'875 \cdot 30$$

$$\text{días} = 8 \text{ meses y } 26'25 \text{ días} \approx 8 \text{ meses y } 26 \text{ días}$$

$$b) \quad 790 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - \tau) \right) = 100 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 4) \right) + 200 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 6) \right) + 500 = 805'666666666$$

$$790 \frac{i}{12} (11 - \tau) = 805'666666666 - 790 = 15'666666666 \Rightarrow$$

$$11 - \tau = 15'666666666 \frac{12}{790i} = 5'949367063$$

$$\tau = 11 - 5'949367063 = 5'050632937 \text{ meses} = 5 \text{ meses y } 1'518988102 \text{ días} \approx 5 \text{ meses y } 2 \text{ días}$$

$$c) \quad C \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 8) \right) = 100 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 4) \right) + 200 \left(1 + \frac{i}{12} (11 - 6) \right) + 500$$

$$C \left(1 + \frac{i}{12} 3 \right) = 100 \left(1 + \frac{i}{12} 7 \right) + 200 \left(1 + \frac{i}{12} 5 \right) + 500$$

$$C = \frac{100 \left(1 + \frac{0'04}{12} 7 \right) + 200 \left(1 + \frac{0'04}{12} 5 \right) + 500}{\left(1 + \frac{0'04}{12} 3 \right)} = \frac{805'666666666}{1'01} =$$

$$797'6897689€$$

Nótese que el equivalente al conjunto de los tres capitales al cabo de los 11 meses es 805'666666666.



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

* Nota : Para resolver el problema anterior, 7, se podían haber usado las fórmulas del vencimiento común y del vencimiento medio. Pero no son imprescindibles. Estas fórmulas surgen al despejar el valor deseado de la ecuación de la equivalencia de capitales. Vamos a hallar los capitales equivalentes a los dados en el momento final de la operación que es dentro de 11 meses :

8.- Una persona debe entregar los siguientes capitales para saldar una deuda (1000€,2meses), (8000€,4meses), (7000€,6meses), y (2000€,9meses). Sin embargo al cabo de 5 meses, tras realizar los dos primeros pagos, recibe una herencia y desea cancelar sus deudas. Si en ese momento para cancelar las deudas negocia un tipo de interés cuatrimestral simple del 3'20%, año comercial y se toma como punto de referencia para la ley de capitalización simple el vencimiento del último pago pendiente, se pide : Calcular la cuantía que debe entregar para la cancelación de la deuda.

Para pasar en capitalización simple de un tanto cuatrimestral al mensual basta dividir el tanto por cuatro ya que un cuatrimestre contiene cuatro meses.

$$C \left(1 + \frac{0'032}{4} (9-5) \right) = 7000 \left(1 + \frac{0'032}{4} (9-6) \right) + 2000$$
$$C \left(1 + \frac{0'032}{4} 4 \right) = 7000 \left(1 + \frac{0'032}{4} 3 \right) + 2000$$
$$C = \frac{7000 \left(1 + \frac{0'032}{4} 3 \right) + 2000}{\left(1 + \frac{0'032}{4} 4 \right)} = \frac{9168}{1'032} = 8883'72093€$$

Para establecer la equivalencia financiera con las leyes de capitalización se toma como punto de referencia el final de la operación que en este problema es a los nueve meses del comienzo de la operación por lo que tenemos. Sólo es necesario considerar los capitales que quedan por pagar.

LEY FINANCIERA DE CAPITALIZACION COMPUESTA :

9.- a) Calcular los intereses producidos por 6000€ colocados 2 años al 8% de interés efectivo anual. b) Idem para 180 días. c) Idem para 1 año y medio.

$$a) C_n = C_0 (1+i)^n \Rightarrow 6000(1+0,08)^2 = 6.998,4$$
$$I = C_n - C_0 = 6998,4 - 6000 = 998,4€$$

b) 180 días son 6 meses de 30 días. El tanto y el tiempo tienen que estar en la misma unidad de tiempo por lo que pasamos del tanto efectivo anual al tanto efectivo mensual que en capitalización compuesta se calcula:

$$1+i = \left(1+i(12) \right)^{12} \Rightarrow i(12) = \sqrt[12]{1+i} - 1 = \sqrt[12]{1'08} - 1 = 1'00643403 - 1 = 0'00643403$$



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

Por lo tanto

$$6000(1'00643403)^6 = 6.235,382903\text{€} \Rightarrow I = 6235,382903 - 6000 = 235,382903\text{€}$$

c) Un año y medio son 18 meses por lo que

$$6000(1'00643403)^{18} = 6.734,213539\text{€} \Rightarrow I = 6734,213539 - 6000 = 734,213539\text{€}$$

10.- a) Calcular los intereses producidos por 18.030€ colocados 1 año y 9 meses, a un tipo nominal del 6% convertible trimestralmente. b) Idem para un tipo efectivo anual del 6% . c) Comparar los resultados del a) con los del b).

a) Tenemos que calcular los intereses producidos por un capital inicial de 9.500€, durante 1 año y 9 meses, a un tipo de valoración del 6% de frecuencia 4, con la ley financiera de capitalización compuesta.

Como, el tipo de valoración es un nominal de frecuencia 4, lo primero, es calcular los tipos efectivos :

Cálculo del tipo efectivo trimestral i_4 :

$$j_4 = 4 \times i_4 = 0'06 \Rightarrow i_4 = \frac{0'06}{4} = 0'015. \text{ Rédito } 1'50\%.$$

Cálculo del tipo efectivo anual, i , equivalente a i_4 :

$$(1+i) = (1+i_4)^4 \Rightarrow i = (1+i_4)^4 - 1 = (1'015)^4 - 1 = 0'0614. \text{ Rédito } 6'14\%$$

Cálculo de los intereses, para ello, podemos seguir dos caminos, unificando unidades :

i) El tiempo n , en trimestres, siendo entonces $n = 7$ trimestres e $i_4 = 0'015$:

$$C_7 = 18.030 (1 + 0'015)^7 = 20.010'50\text{€} \Rightarrow I_7 = 20.010'50 - 18.030 = 1.980'50\text{€}.$$

ii) El tiempo n , en años, siendo entonces $n = 1'75$ años e $i = 0'0614$:

$$C_{1'75} = 18.030 (1 + 0'0614)^{1'75} = 20.011'70\text{€} \Rightarrow I_{1'75} = 20.011'70 - 18.030 = 1.981'70\text{€}$$

*Observar que la diferencia de 1,21€, en los intereses, se debe al redondeo por exceso en el tipo efectivo anual i .

b) El tipo de valoración es efectivo anual, $i = 0'06$, tiempo en años, $n = 1'75$, cálculo del interés :

$$C_{1'75} = 18.030 (1 + 0'06)^{1'75} = 19.965'50\text{€} \Rightarrow I_{1'75} = 19965'50 - 18.030 = 1.935'50\text{€}.$$

c) Tanto en el a) como en el b), hemos calculado los intereses producidos, por un mismo capital inicial, 18.030€, durante el mismo tiempo, 1'75 años y para la misma ley de capitalización, la compuesta, lo único que los diferencia, es el tipo de valoración :

En el a), era de un tipo efectivo anual del 6.14% $\Rightarrow I_{1'75} = 1.980'50\text{€}$.

En el b), era de un tipo efectivo anual del 6.00% $\Rightarrow I_{1'75} = 1.935'50\text{€}$.

Por lo tanto, $1.980'50 > 1.935'50$, es decir, un diferencial del 0.14% en la valoración se traduce en un diferencial de 45€ en los intereses.

11.- a) Un capital de 30.050€, se impuso en un depósito a plazo fijo a 4 años, siendo el capital final ó montante de 36.875€, si el régimen de capitalización pactado ha sido el compuesto, se pide : Determinar el tipo de interés efectivo anual de la imposición.



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

b) En las mismas condiciones anteriores y una vez calculado el tipo de interés de la imposición, ¿cuánto tiempo sería necesario mantener el depósito para obtener un capital final ó montante de 38.811€.

c) Resolver los dos apartados anteriores, pero en el caso, de que el régimen de capitalización pactado hubiese sido el simple. Comparar los resultados.

a) La incógnita es i , planteamos la ecuación de equivalencia : $36.875 = 30.050 (1+i)^4$, y despejamos i :

$$(1+i)^4 = \frac{36.875}{30.050} = 1'2271 \Rightarrow 4 \ln(1+i) = \ln 1'2271 \Rightarrow \ln(1+i) = \frac{0'2047}{4} = 0'0512,$$

aplicando antilogaritmo, $(1+i) = 1,0525 \Rightarrow i = 0'0525$. Récito del 5'25%.

b) La incógnita es n , planteamos la ecuación de equivalencia:
 $38.811 = 30.050 (1+0'0525)^n$ y despejamos n :

$$(1+0'0525)^n = \frac{38.811}{30.050} = 1'2915 \Rightarrow n \ln(1+0'0525) = \ln 1'2915 \Rightarrow n = \frac{0'2558}{0'0512} = 5 \text{ años.}$$

c) Trabajando con capitalización simple :

$$36.875 = 30.050 (1+4i) \Rightarrow 4i = \frac{36.875}{30.050} - 1 = 0'2271 \Rightarrow i = 0'0568.$$

Récito 5'68%.

$$38.811 = 30.050 (1+n \cdot 0'0568) \Rightarrow 0'0568 n = \frac{38.811}{30.050} - 1 = 0'2915 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{0'2915}{0'0568} = 5,1329 \text{ años.}$$

$n = 5 \text{ años, } 1 \text{ mes y } 2 \text{ días.}$

12.- Una entidad financiera está remunerando un tipo de cuenta X a un 6% anual capitalizable trimestralmente, sin gastos, ni comisiones y desde el primer euro. Para hacer más atractivo el producto decide aumentar el interés a un 9% efectivo anual, manteniendo la liquidación trimestral de intereses, pero con un tramo inicial de 3 meses de carencia, (3 meses sin remunerar intereses), a la cuenta con estas condiciones la denominan cuenta Y.

Sabiendo que el saldo medio anual, del tipo de cuentas X que posee la entidad es de 4.500€, se pide :

a) Calcular la TAE de las cuentas X e Y.

En el caso de que la TAE de Y resulte mayor que la de X, se pide :



"Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización"
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

b) Calcular la cuantía de los gastos anuales de mantenimiento, que se harían efectivos a final de cada año, de manera que a la entidad financiera le siga suponiendo la cuenta Y, el mismo coste que la X.

i) Estudio de la cuenta X : tiene un tipo de remuneración nominal convertible trimestralmente, $j_4 = 0'06$, siendo el tipo efectivo trimestral de la cuenta,

$$i_4 = \frac{0'06}{4} = 0'015.$$

El tanto efectivo anual equivalente, i , lo despejamos de la ecuación de equivalencia:

$$(1+i) = (1+i_4)^4 \Rightarrow i = (1+i_4)^4 - 1 \Rightarrow i = (1'015)^4 - 1 = 0'0614. \text{ Rédito } 6'14\%$$

Al no tener otro tipo de remuneraciones, ni comisiones la TAE cuenta X, es de un 6'14% efectivo anual.

ii) Estudio de la cuenta Y :

La cuenta ofrece teóricamente, un tipo efectivo anual, $i = 0'09$, pero, tiene un periodo de carencia inicial de un trimestre, por lo tanto el tipo efectivo anual real,

$$i_R : (1+i_R) = (1+0'09)^{3/4} \Rightarrow i_R = (1'09)^{3/4} - 1 = 0'0668. \text{ Rédito } 6,68\%.$$

Concluimos : $6'68 > 6'14 \Rightarrow \text{TAE de la cuenta Y} > \text{TAE de la cuenta X}$

b) Habrá que introducir en la cuenta Y, gastos de mantenimiento, al final del primer año, para rebajar su TAE, hasta igualarlo al de la X, para ello, planteamos la equivalencia financiera para los saldos medios y al final del primer año:

$$4.500 (1 + 0'0614) = 4.500 (1 + 0'0668) - g \Rightarrow g = 4.500 (1'0668 - 1'0614) = 4.500 \times 0'0054 = 24,3\text{€}$$

Este resultado, representa el 0,54% sobre el saldo de la cuenta Y, al final del primer año, que serían, en porcentaje, los gastos anuales de mantenimiento que habría que aplicar a la cuenta Y .

13.- En el anuncio publicitario de una cuenta financiera se puede leer lo siguiente :

- TAE : 10,25%, para un plazo de 2 años y a partir de 3.500€.
- Liquidez desde el sexto mes.
- Remuneración : 9,50% nominal con liquidación semestral de intereses.
- Prima de permanencia el 2% del capital final ó saldo de la cuenta a los 2 años.

Para un capital de 9.500€, que se mantiene los 2 años, se pide :

- a) Calcular la cuantía del capital final ó saldo de la cuenta los 2 años.
- b) Calcular los tipos de interés reales asociados a la operación, (efectivo anual, efectivo semestral y el nominal convertible semestralmente).
- c) Comprobar que la TAE de la operación es ó no, la que se especifica en el anuncio.

a) La cuenta financiera, de la que se nos pide calcular el saldo, esta remunerada a un tipo nominal semestral, $j_2 = 0'0950$, por lo tanto :



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

Tipo efectivo semestral, i_2 , correspondiente a este tanto nominal:

$$i_2 = \frac{j_2}{2} = \frac{0'095}{2} = 0'0475. \quad \text{Rédito } 4'75\%.$$

El tipo efectivo anual, i , equivalente a este tipo efectivo semestral i_2 :

$$(1+i_2)^2 = (1+i) \text{ despejando } i = (1+i_2)^2 - 1 \Rightarrow i = (1'0475)^2 - 1 = 0'0972. \quad \text{Rédito } 9'72\%.$$

Siendo la imposición inicial, 9.500€ estrictamente mayor que el mínimo de 3.500€, procedemos al cálculo del saldo:

$$C_2 = 9.500 (1 + 0'0475)^4 = 9.500 (1 + 0'0972)^2 = 11.436'55€.$$

b) Esta cuenta financiera, ofrece una prima ó “regalo”, del 2% del saldo de la misma a los 2 años, lo que hace mejorar el rendimiento real de la misma.

Cálculo de la cuantía de la prima, p :

$$p = 0'02 \times C_2 = 0'02 \times 11.436'55 = 228'73€.$$

La prima, incrementará el saldo teórico, siendo el saldo real de la cuenta, C_{2R} :

$$C_{2R} = C_2 + p = 11.436'55 + 228'73 = 11.665'28€.$$

El tipo efectivo anual real, al cual, anotaremos i_R , será ahora el correspondiente a la operación financiera real, es decir, el que cumpla la equivalencia:

$$11.665'28 = 9.500 (1 + i_R)^2 \text{ despejando } (1 + i_R)^2 = \frac{11.665'28}{9.500} = 1'2279 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_R = (1'2279)^{1/2} - 1 = 0'1080. \quad \text{Rédito } 10'80\%.$$

Cálculo del tipo efectivo semestral real, i_{2R} , equivalente a i_R :

$$(1 + i_{2R})^2 = (1 + i_R) \Rightarrow i_{2R} = (1'1080)^{1/2} - 1 = 0'0527. \quad \text{Rédito } 5,27\%.$$

Cálculo del tipo nominal convertible semestral, anotado, j_{2R} , correspondiente a i_{2R} :

$$j_{2R} = 2 \times i_{2R} = 2 \times 0'0527 = 0'1054. \quad \text{En porcentaje } 10'54\%.$$

c) A vista de los resultados del anterior apartado, la TAE, (tasa anual efectiva), de la cuenta financiera, objeto del estudio, es del 10,80%, que no se corresponde con el 10,25% ofertado.

14.- Dados el siguiente conjunto de capitales {(10.000€, 3años), (12.000€, 4 años y tres meses), y (15.000€, 6 años y 9 meses)}: a) Hallar el vencimiento medio. b) Calcular el vencimiento de 35.000€ para que sea equivalente al conjunto de capitales anterior. c) Calcular la cuantía que sustituye al conjunto de los tres anteriores capitales a los 4 años. Considerar el año comercial y un tanto nominal convertible semestral del 6%.

- a) Lo primero que tenemos que hacer es calcular el tanto efectivo semestral y a partir de ahí calcular el efectivo mensual.



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

$$j(2) = 0'06 \Rightarrow i(2) = \frac{j(2)}{2} = 0'03$$

$$(1+i(12))^{12} = (1+i(2))^2 \Rightarrow i(12) = \sqrt[12]{1+i(2)} - 1 = \sqrt[12]{1'03} - 1 = 1'004938622 - 1 = 0'004938622$$

Ahora planteamos la equivalencia financiera. El final de la operación es a los 6 años y 9 meses es decir que tenemos que hallar la equivalencia de los capitales en el mes 81.

$$10000(1+i(12))^{81-36} + 12000(1+i(12))^{81-51} + 15000 = 37000(1+i(12))^{81-\tau}$$

$$12481'8565 + 13911'28889 + 15000 = 41393'14539 = 37000(1+i(12))^{81-\tau}$$

$$(1+i(12))^{81-\tau} = \frac{41393'14539}{37000} = 1'118733659$$

Tomando logaritmos a los dos lados de la igualdad

$$(81-\tau)\ln(1+i(12)) = \ln(1'118733659) \Rightarrow 0'00492646703(81-\tau) = 0'1121973842 \Rightarrow$$

$$81-\tau = 22'77441086 \Rightarrow \tau = 58'22558914 \text{ meses} = 4 \text{ años}, 10 \text{ meses y } 6'7676742 \text{ días} \square$$

4 años, 10 meses y 7 días

b) La equivalencia financiera para calcular el vencimiento de 35000€ es

$$10000(1+i(12))^{81-36} + 12000(1+i(12))^{81-51} + 15000 = 35000(1+i(12))^{81-\tau}$$

$$41393'14539 = 35000(1+i(12))^{81-\tau}$$

$$(1+i(12))^{81-\tau} = \frac{41393'14539}{35000} = 1'182661297$$

$$(81-\tau)\ln(1+i(12)) = \ln(1'182661297) \Rightarrow 0'00492646703(81-\tau) = 0'1677672353 \Rightarrow$$

$$81-\tau = 34'05426938 \Rightarrow \tau = 46'94573062 \text{ meses} = 3 \text{ años}, 10 \text{ meses y } 28'37191857 \text{ días} \square$$

3 años, 10 meses y 28 días

c)

$$10000(1+i(12))^{81-36} + 12000(1+i(12))^{81-51} + 15000 = C(1+i(12))^{81-48}$$

$$41393'14539 = 1'176534687C$$

$$C = \frac{41393'14539}{1'176534687} = 35182'2567\text{€}$$

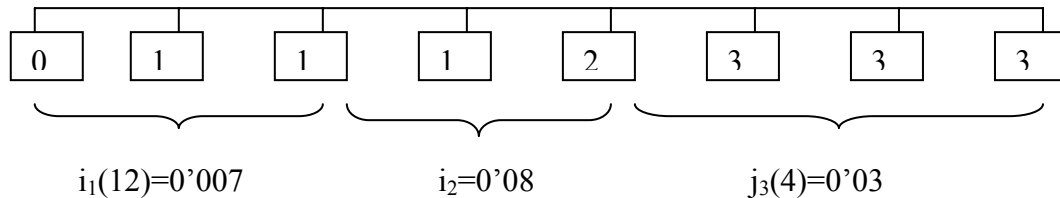
15.-Una persona abrió una cuenta hace 37 meses con un depósito inicial de 3000€, 10 meses después sacó de la cuenta 1300€, 6 meses más tarde ingresó 4500€, a los 30 meses de la apertura ingresó 5000€ y 4 meses después retiró 6000€. El tanto aplicable el primer año fue del 0'70% efectivo mensual, el segundo año del 8% efectivo anual y el resto del tiempo es del 3% nominal de frecuencia 4. ¿Cuál es el saldo de la cuenta a día



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

de hoy? Conociendo el saldo hoy ¿Cuál será el saldo dentro de 6 meses si el único movimiento que habrá será un ingreso 2000€ dentro de 1 mes?



Vamos a llamar $i_1(12)$ al tanto efectivo mensual del primer año, i_2 al tanto efectivo anual del segundo año, y $j_3(4)$ al tanto nominal de frecuencia 4 del resto del tiempo. Tanto nominal de frecuencia 4 es lo mismo que tanto nominal convertible trimestral.

Lo primero que tenemos que hacer es pasar los tantos a efectivo mensual. El primer año no es necesario hacerlo porque ya disponemos de él.

$$i_2 = 0'08 \Rightarrow i_2(12) = \sqrt[12]{1'08} - 1 = 0'006434$$

$$j_3(4) = 0'03 \Rightarrow i_3(4) = \frac{0'03}{4} = 0'0075 \Rightarrow i_3(12) = \sqrt[3]{1'0075} - 1 = 0'0024938$$

Esta última implicación es consecuencia de la igualdad $(1 + i(12))^{12} = (1 + i(4))^4$

Ahora vamos a calcular la reserva matemática o saldo. Para ello llevamos todos los capitales al momento actual que según el problema es 37 meses después de la apertura. Por un lado tenemos los ingresos y por otro los reintegros.

$$\begin{aligned} R_{37}^+ &= [3000(1'007)^{12}(1'08)(1 + i_3(12))^{13} + 4500(1 + i_2(12))^8(1 + i_3(12))^{13} + 5000(1 + i_3(12))^7] - \\ &= [1300(1'007)^2(1'08)(1 + i_3(12))^{13} + 6000(1 + i_3(12))^3] = 3638'820993 + 4892'793862 + 5087'9385 \\ &- 1470'578082 - 6045'000436 = 6103'974832\text{€} \end{aligned}$$

Para hallar el saldo dentro de seis meses a partir del saldo actual habrá que capitalizar el saldo actual esos seis meses añadiendo el ingreso también capitalizado hasta el mes 43 desde el inicio de la operación.

$$R_{43}^+ = R_{37}^+(1 + i_3(12))^6 + 2000(1 + i_3(12))^5 = 6195'878696 + 2025'062691 = 8220'941388\text{€}$$

LEY DE DESCUENTO SIMPLE COMERCIAL :

16.- Calcula el efectivo y el descuento de una factura de 2250€ nominales y vencimiento a los 120 días. (Año comercial)

- Al 12% de interés anual simple.
- Al 12% de descuento anual simple.
- ¿Cuál es el tanto de descuento simple equivalente al tanto de interés del apartado a) para esta factura?



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

- a) Si usamos un tanto de interés simple para descontar un capital, estamos trabajando con descuento racional. El valor efectivo en el descuento racional es:

$VE = C_0 = \frac{C_n}{1 + in}$ que es la inversa de la capitalización simple. Hay que tener en cuenta que el tanto i y el tiempo n han de estar en la misma unidad. Para pasar de un tanto de interés anual simple i , a un tanto diario, usando el año comercial, hay que dividir i por 360.

$$VE = \frac{2250}{1 + \frac{0'12}{360} 120} = 2163'461538$$

El descuento realizado es la diferencia entre el valor nominal y el valor efectivo.

$$D = N - VE = 2250 - 2163'461538 = 86'53846154.$$

- b) Si usamos un tanto de descuento simple para descontar un capital, estamos trabajando con descuento comercial. El descuento comercial es proporcional al tanto de descuento $D = C_n dn$. El tanto d y el tiempo n han de estar en la misma unidad. Al igual que ocurre en capitalización simple, para pasar de un tanto de descuento anual simple d , a un tanto diario, usando el año comercial, hay que dividir d por 360.

$$D = 2250 \cdot \frac{0'12}{360} \cdot 120 = 90$$

El valor efectivo es el valor nominal menos el descuento por lo que

$$VE = N - D = 2250 - 90 = 2160.$$

- c) El tanto de descuento anual simple equivalente al tanto de capitalización anual simple depende del tiempo ya que

$$\frac{1}{1 + in} = 1 - dn \Rightarrow dn = 1 - \frac{1}{1 + in} = \frac{1 + in - 1}{1 + in} = \frac{in}{1 + in} \Rightarrow d = \frac{i}{1 + in}$$

Por lo que para una factura que vence dentro de 120 días el tanto de descuento anual simple equivalente a un 12% de interés anual simple es

$$d = \frac{0'12}{1 + \frac{0'12}{360} 120} = 0'1153846154$$

17.- Disponemos de un efecto de 600€ que llevamos al banco para hacer efectivo. El banco nos ofrece un 4% de descuento anual simple. Calcula el efectivo y el descuento usando el año comercial para los siguientes supuestos:

- Si vence dentro de un año.
- Si vence dentro de 50 días.



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

c) Si vence dentro de 7 meses.

$$a) C_0 = C_n(1 - dn) = 600(1 - 0'04 \cdot 1) = 576€ \Rightarrow D = C_n - C_0 = 600 - 576 = 24€.$$

$$b) C_0 = C_n(1 - dn) = 600(1 - \frac{0'04}{360} \cdot 50) = 596'666666€ \Rightarrow$$

$$D = C_n - C_0 = 600 - 596'666666 = 3'333333€$$

$$c) C_0 = C_n(1 - dn) = 600(1 - \frac{0'04}{12} \cdot 7) = 586€ \Rightarrow D = C_n - C_0 = 600 - 586 = 14€$$

18- Un señor compra un equipo multimedia, pagando con una letra a 150 días y por el importe del bien sin intereses. El comerciante lleva al descuento esta letra a un banco que le aplica las siguientes condiciones: tipo de descuento anual del 12'5%, comisión del 0'5% sobre el nominal. Calcula el valor de venta al público del equipo para que el comerciante reciba 2300€ tras descontar la letra.

El comerciante recibe el nominal menos el descuento y menos la comisión.

$$VL = N(1 - dn) - gN = N(1 - dn - g) \text{ por lo que}$$

$$N(1 - 0'125 \cdot \frac{150}{360} - 0'005) = 2300 \Rightarrow N \cdot 0'942916666 = 2300 \Rightarrow N = 2439'239947€$$

19.-Llevamos a una entidad bancaria una remesa de letras, con las siguientes características :

Nominal	Vencimiento en días	Domiciliadas
2.000	90	Si
300	7	No
3.000	20	Si
9.000	30	No

Se aplica un descuento del 6% si el nominal es menor ó igual que 2.500€ y del 7% si es mayor. El banco cobra una comisión del 0'30% si el vencimiento es inferior ó igual a 35 días y está domiciliada, 0'50% si el vencimiento es superior a 35 días y no está domiciliada, 0'90% si el vencimiento es superior a 35 días y no está domiciliada. La comisión mínima para las domiciliadas es de 3€ y para las no domiciliadas de 6€. Se pide :

- a) Calcular el valor descontado y el valor líquido de la remesa.
- b) Calcular el “forfait” de la operación.



**”Análisis de las Operaciones Financieras de Constitución y Amortización”
Problemas Resueltos de Leyes Financieras Clásicas.**

Profesoras : María Jesús Hernández García y Clara Margarita Campos

Nominal	Venci- miento	Descuento Comercial	Domici- liadas.	Comisión
2.000	90	$2.000 \cdot 90 \cdot 0'06/360 = 30$	Si	$2.000 \cdot 0'005 = 10 (>3)$
300	7	$300 \cdot 7 \cdot 0'07/360 = 0'35$	No	$300 \cdot 0'006 = 1'8 (<6)$
3.000	20	$3.000 \cdot 20 \cdot 0'07/360 = 11'67$	Si	$3.000 \cdot 0'003 = 9 (>3)$
9.000	30	$9.000 \cdot 30 \cdot 0'07/360 = 52'50$	No	$9.000 \cdot 0'006 = 54 (>6)$
Total: 14.300		Total : 94'52		Total : 79

$$a) V_D = \sum N - \sum D_C = 14.300 - 94'52 = 14.205'48€$$

$$V_L = \sum N - \sum D_C - \sum Comisiones = 14.205'48 - 79 = 14.126'48€.$$

$$b) \text{ Calculo del } d_f : V_L = \sum N - \sum D_{C_{df}} \text{ despejando } d_{f_{360}} = \frac{\sum D_C + \sum Com.}{\sum N \cdot n} =$$

$$= \frac{94'52 + 79}{512100} = 0'0003388...$$

Descuento "forfait" anual $d_f = 0'0003388 \cdot 360 = 0'12198...$, en porcentaje, (aprox. por exceso), 12'20%

DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO :

20.-Tenemos dos préstamos uno de 35000€ y vencimiento a los dos años y otro de 47500€ y vencimiento a los cinco años. Queremos sustituirlos por un solo préstamo con vencimiento dentro de cuatro años aplicando un tanto de descuento anual compuesto del 5'5%. Calcula la cuantía de este único préstamo.

La fórmula del descuento anual compuesto es $C_0 = C_n (1 - d)^n$ Donde n y d tienen que estar en la misma unidad de tiempo. Al ser descuento la equivalencia financiera de capitales se plantea al inicio de la operación.

$$35000(1 - 0'055)^2 + 47500(1 - 0'055)^5 = N(1 - 0'055)^4$$

$$31255'875 + 35797'49624 = N \cdot 0'7974936506$$

$$N = 84080'13179€$$