Dpto. Economía Financiera
y Contabilidad

Prof. María Jesús Hernández García.
Sandra Moroni Marrero

TEMA 1: "OPERACIONES FINANCIERAS DE AMORTIZACION: PRESTAMOS Y EMPRESTITOS"

1.1.-INTRODUCCION **: Entendemos por operación financiera de amortización, aquella, en que un ente económico, (acreedor ó prestamista), cede un capital C_0 , a otro ente económico, (deudor ó prestatario), el cuál, debe amortizar C_0 y "pagar" sus intereses, con uno ó varios capitales financieros,$\{(C_1, t_1), (C_2, t_2) ,.., (C_n, t_n)\}$.**

Grafico :

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
C_0 & & C_1 & & C_2 & & & & C_j & & & C_{n-1} & & C_n \\
| & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | & \text{--------} & | \text{--------} & | \\
t_0 & i_1 & t_1 & i_2 & t_2 & \ldots & t_{j-1} & i_j & t_j & i_{j+1} & t_{j+1} \ldots & t_{n-1} & i_n & t_n
\end{array}
$$

(graf.1)

- **El capital ó capitales que se "ceden" ó prestan, constituyen la prestación de la operación, habitualmente única.**
- **El capital ó capitales con que se amortiza y pagan los intereses de la prestación, constituyen la contraprestación de la operación, habitualmente múltiple.**
- **En el momento que se cede C_0 , situamos el inicio u origen de la operación, anotaremos : 0.**
- **En la fecha de vencimiento del último de los capitales de la contraprestación, se sitúa el final de la operación, anotaremos : n**
- **El tiempo transcurrido entre 0 y n, es decir n - 0 = n, es la "duración" de la operación.**

■ **PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA O EQUIDAD FINANCIERA**

"En toda operación financiera de amortización, la prestación tiene que ser financieramente equivalente a la contraprestación, según los términos pactados en el contrato".

Normalmente, dicha equivalencia se plantea, en el origen 0, ó en el final, n, pero tiene que verificarse en cualquier momento de la duración, t_j € $[t_0 \ , \ t_n]$. Si la operación de la graf.1 se hubiese acordado con la ley financiera de capitalización compuesta y los tipos efectivos correspondientes, son los que figuran en los intervalos :

Equivalencia en el origen, t_0 :

$$C_0 = C_1 (1+i_1)^{-1} + C_2 (1+i_1)^{-1} (1+i_2)^{-1} + \ldots + C_n (1+i_1)^{-1} \ldots (1+i_n)^{-1} =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} C_j \prod_{k=1}^{j} (1+i_k)^{-1}$$

Equivalencia al final, t_n :

$$C_0 \ (1+i_1)\ (1+i_2) \ldots (1+i_n) = C_1 \ (1+i_2) \ldots (1+i_n) + C_2 \ (1+i_3) \ldots (1+i_n) + \ldots + C_n$$

$$C_0 \prod_{j=1}^{n} (1+i_j) = \sum_{j=1}^{n} C_j \prod_{k=1}^{n} (1+i_{K+1})$$

1.2.-INTRODUCCION A LOS PRESTAMOS

Un contrato de préstamo es una operación financiera de amortización, en la que el prestamista, normalmente una entidad de crédito, entrega una cantidad de dinero, C_0, llamada PRINCIPAL, al prestatario, que adquiere a cambio la obligación de pagar los intereses y amortizar el

PRINCIPAL, esto es devolver el capital recibido en las condiciones y plazos pactados.

***La ley financiera pactada suele ser, salvo que se diga lo contrario la de capitalización compuesta.**

Ente las maneras más habituales de devolución ó "pago" de un préstamo podemos destacar :

I.- <u>PRÉSTAMOS ELEMENTALES Ó SIMPLES</u> :

a) Al final de la operación se devuelve el principal junto con los intereses acumulados, también se llaman préstamos de "reembolso único" :

<u>Grafico</u> :

C_0 $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $C_0\,(1+i)^n$

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

t_0 $\quad$ t_1 $\quad$ … $\quad$ t_j $\quad$ … $\quad$ t_{n-1} $\quad$ t_n

A un tipo de valoración constante i, (C_0 , t_0), la prestación y ($C_0\,(1+i)^n$, t_n), la contraprestación.

b) Se "pagan" ó abonan los intereses todos los periodos y el principal se amortiza al final, (Sistema Americano) :

<u>Grafico :</u>

C_0 $\quad$ $C_0\,i$ $\quad$ … $\quad$ $C_0\,i$ $\quad$ … $\quad$ $C_0\,i$ $\quad$ $C_0 + C_0\,i$

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

t_0 $\quad$ t_1 $\quad$ … $\quad$ t_j $\quad$ … $\quad$ t_{n-1} $\quad$ t_n

Para un tipo de valoración constante i, (C_0 , t_0) la prestación y $\{(C_0\, i , t_1), (C_0\, i , t_2),\ldots,(C_0+ C_0\, i , t_n)\}$, la contraprestación.

II.- <u>PRÉSTAMOS COMPLEJOS Ó CONTRAPRESTACIÓN MÚLTIPLE</u>, el capital principal, se devuelve mediante una renta que cubre capital e intereses:

<u>Grafico :</u>

$$\begin{array}{cccccccc} C_0 & a_1 & \ldots & & a_j & \ldots & a_{n-1} & a_n \\ |\text{--------}| & \text{--------}| & \text{--------}| & \text{--------}| & \text{--------}| & \text{--------}| & \text{--------}| & \\ t_0 & t_2 & \ldots & & t_j & \ldots & t_{n-1} & t_n \end{array}$$

(graf.2)

En el caso de una renta constante, $a_1= a_2=\ldots =a_n= a$ y a un tipo de valoración único i, la relación de equivalencia ó equidad financiera en el origen :

$$C_0 = a \;\; a_{\overline{n|}\,i} \; = a \;\; [(1-(1+i)^{-n}) /i]$$

***El sistema anterior de amortización de préstamos se llama francés.**

1.2.1.-<u>ANOTACIONES EN LOS PRESTAMOS</u>

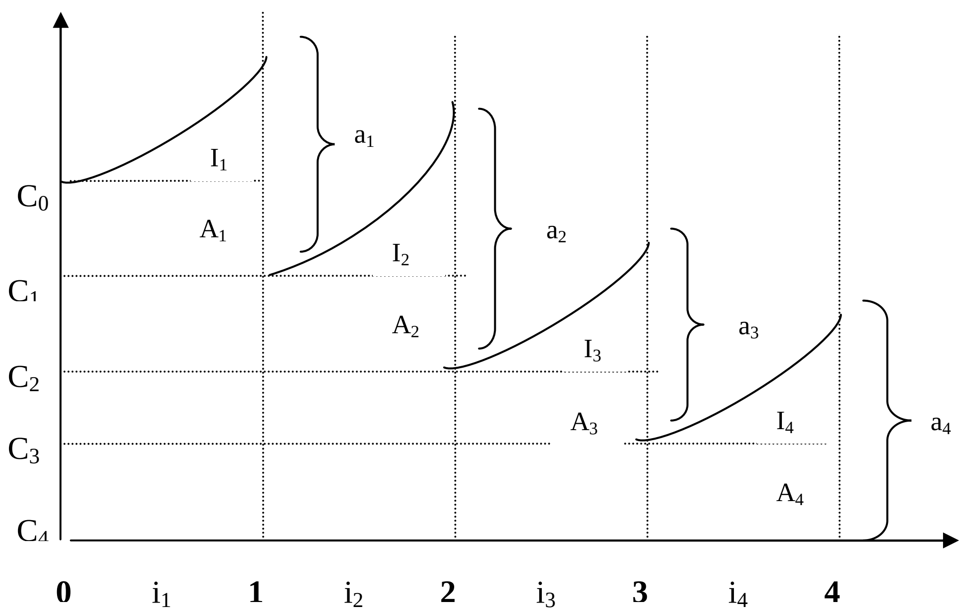
- **C_0: cuantía de la prestación ó cuantía del capital principal.**
- **(a_j, t_j), $j=1,\ldots,n$: términos amortizativos.**
- **C_j, $j=0,1,\ldots,n.$: Saldo, Capital vivo ó Capital pendiente, después de haberse devengado los j primeros términos amortizativos, (incluido el j-ésimo).**

- **M_j , j=1,…, n : Cuantía del capital amortizado en los j primeros periodos ó amortización total, correspondiente al periodo j-ésimo.**

- **I_j, j=1,…n : Cuota de interés ó cantidad que se abona en concepto de intereses del periodo j, al terminar este periodo. $I_j = C_{j-1}\, i$**

- **A_j, j=1,…,n : Cuota de amortización ó cantidad de "amortización del principal" del periodo j, al terminar este periodo: $A_j = a_j - I_j$ ó $A_j = C_{j-1} - C_j$**

1.2.2.-<u>GRAFICA DE LA DINAMICA INTERNA DE LA EVOLUCION DE LA AMORTIZACION DE UN PRESTAMO</u>



1.2.3.-CUADRO DE AMORTIZACION DE UN PRESTAMO

Periodos	Términos a_j	Tipos i_j	Cuotas de Interés I_j	Cuotas de Amortización A_j	Saldos o Capital Vivo C_j
0					C_0
1	a_1	i_1	$I_1=C_0 i_1$	$A_1= a_1- I_1$	$C_1= C_0 (1+i_1)-a_1$
2	a_2	i_2	$I_2=C_1 i_2$	$A_2= a_2- I_2$	$C_2= C_1 (1+i_2)-a_2$
. . .					
j-1					$C_{j-1}= C_{j-2} (1+i_{j-1}) - a_{j-1}$
j	a_j	i_j	$I_j=C_{j-1} i_j$	$A_j= a_j- I_j$	$C_j= C_{j-1} (1+i_j)-a_j$
. . .					
n-1	a_{n-1}	i_{n-1}	$I_{n-1}=C_{n-2} i_{n-1}$	$A_{n-1}= a_{n-1}- I_{n-1}$	$C_{n-1}= C_{n-2} (1+i_{n-1})- a_{n-1}$
n	a_n	i_n	$I_n=C_{n-1} i_n$	$A_n=a_n- I_n= C_{n-1}$	$C_n=C_{n-1}(1+i_n)-a_n=0$

***Observar que la suma de la columna de las cuotas de amortización tiene que ser, la amortización del principal:**

$$\sum_{j=1}^{n} A_j = C_0 \quad y \;\; A_j = C_{j-1} - C_j \;\; para\ todo \;\; j = 1,..,n$$

****Nos faltaría en el cuadro de amortización, la columna de las amortizaciones totales anotadas *M_j*, j=1,...,n. Dicha columna, estaría situada entre la de las cuotas de amortización y la de los saldos siendo:**

$$M_j = M_{j-1} + A_j \quad por\ lo\ tanto \;\; M_j = \sum_{k=1}^{j} A_k \;\; y \;\; M_n = C_0$$

$$además, \;\; C_j = C_0 - M_j \;, \; para\ todo \;\; j = 1,...,n$$

1.3.-SISTEMA DE AMORTIZACION PROGRESIVO O FRANCES

Este sistema consiste en amortizar el capital cedido ó prestado, C_0, mediante una renta, anual ó fraccionada de términos constantes, $a_1 = a_2 = \ldots = a_n = a$ y, siendo también constantes los tipos de valoración, $i_1 = i_2 = \ldots = = i_n = i$.

<u>Gráfico</u> :

$$\begin{array}{cccccccc} C_0 & a & \ldots & a & a & \ldots & a & a \\ |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------} & |\text{--------}| & \\ t_0 \quad i & t_1 & \ldots & t_{j-1} \quad i & t_j & \ldots & t_{n-1} \quad i & t_n \end{array}$$

$$C_0 = a \; a_{\overline{n}|i} = a \; [(1-(1+i)^{-n}) / i] \text{ , siendo, } \quad a = C_0 \,/\, a_{\overline{n}|i}$$

1.3.1.- <u>CUADRO DE AMORTIZACION DEL SISTEMA FRANCES</u>

Periodos	Términos a	Cuotas de Interés I_j	Cuotas de Amortización A_j	Saldos o Capital Vivo C_j
0				C_0
1	a	$I_1=C_0\, i$	$A_1= a - I_1$	$C_1= C_0\,(1+i) – a$
2	a	$I_2=C_1\, i$	$A_2= a – I_2$	$C_2= C_1\,(1+i) – a$
...	...	...	...	...
j-1				$C_{j-1}= C_{j-2}\,(1+i) - a$
j	a	$I_j=C_{j-1}\, i$	$A_j= a- I_j$	$C_j= C_{j-1}\,(1+i) – a$
...	...	...	...	...
n-1	a	$I_{n-1}=C_{n-2}\, i$	$A_{n-1}= a – I_{n-1}$	$C_{n-1}= C_{n-2}\,(1+i)- a$
n	a	$I_n=C_{n-1}\, i$	$A_n=a – I_n= C_{n-1}$	$C_n=C_{n-1}(1+i) – a=0$

1.3.1.-PROPIEDAD DE LAS CUOTAS DE AMORTIZACIÓN: A_{j+1}, para todo j=1,..,n

$$C_j = C_{j-1}(1+i) - a$$
$$C_{j+1} = C_j\ (1+i) - a$$

$$C_j - C_{j+1} = C_{j-1}(1+i) - C_j(1+i) =$$

$$= (C_{j-1} - C_j)(1+i) = A_j(1+i)$$

$**A_{j+1} = A_j(1+i)$, para todo j=1,..,n, en el sistema de amortización francés, las cuotas de amortización aumentan en progresión geométrica de razón, (1+i), es decir, las cuatos de amortización es una progresión de términos crecientes, de ahí, la denominación de "método de amortización progresivo", para el método francés.

1.3.2.-CÁLCULO DEL SALDO Ó CAPITAL VIVO :

Gráfico :

```
                          C_j-1     C_j
   C_0      a       ...     a        a      ...      a        a
    |--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
   t_0   i  t_1      ...    t_j-1  i  t_j      ...     t_n-1  i  t_n
```

a) MÉTODO ITERATIVO Ó RECURRENTE, el saldo al final de cualquier periodo j, es el saldo al principio del periodo, es decir en j-1, capitalizado por el factor de capitalización del periodo, (1+i), y restándole el término amortizativo en j, a_j, en el sistema de amortización francés : $C_j = C_{j-1}(1+i) - a$.

b) <u>METODO RETROSPECTIVO Ó BASÁNDOSE EN EL CUMPLIMIENTO DE LOS COMPROMISOS PASADOS</u> :

$$C_j = C_0\,(1+i)^j - a\ \ s_{\,j\rceil i} = C_0\,(1+i)^j - a\,[((1+i)^j - 1)/\,i]$$

c) <u>MÉTODO PROSPECTIVO Ó BASÁNDOSE EN LOS COMPROMISOS QUE QUEDAN POR CUMPLIR :</u>

$$C_j = A_{\,n-j\rceil i} = a\ \ a_{\,n-j\rceil i} = a\,[(1-(1+i)^{-(n-j)})\,/\,i].$$

1.4.-AMORTIZACION CON PERIODOS DE CARENCIA

<u>1.4.1-INTRODUCCION</u> : Periodos de carencia, son aquellos periodos, en los que no se paga amortización y/o intereses, normalmente esto pasa en el inicio del préstamo, existen dos tipos de carencia :

a) <u>CARENCIA TOTAL</u> :

No se paga ni amortización ni intereses en los h periodos iniciales, por lo tanto durante los h periodos de carencia, se verifica : $I_1 = \ldots = I_h = 0$; $A_1 = \ldots = A_h = 0$ y $a_1 = \ldots = a_h = 0$.

<u>Gráfico</u> :

$C_0(1+i)^h$

```
C0                          a      ....     a      a
|--------|--------|------->|--------|--------|--------|--------|
0    i    1      ....      h   i  h+1    ....   n-1  i    n
```

El saldo en h es $C_0(1+i)^h$, por lo tanto, el principio de equivalencia ó equidad planteado ahora en h,:

$$C_0(1+i)^h = a\ \ a_{\,n-h\rceil i} = a\,[(1-(1+i)^{-(n-h)})\,/\,i].$$

b) CARENCIA PARCIAL Ó SOLO DE AMORTIZACIÓN :
Durante los h periodos de carencia, solo se paga la cuota de interés: $I_1 = \ldots = I_h = C_0\, i$; $A_1 = \ldots = A_h = 0$ y $a_1 = \ldots = a_h = C_0\, i$.

Gráfico :

```
                              C0
C0     C0i     C0i     C0i      a       ….      a       a
|--------|--------|------->|--------|--------|--------|--------|
0   i    1        ….      h   i h+1      ….    n-1  i    n
```

Ahora, el saldo en h es C_0, el principio de equivalencia ó equidad planteado en h :

$$C_0 = a\ a_{\overline{n-h}|i} = a\left[\left(1-(1+i)^{-(n-h)}\right)/\,i\right]$$

1.5.- CANCELACION ANTICIPADA

1º.- CANCELACIÓN Ó REEMBOLSO TOTAL , anotación : A_j .
Puede suceder que el tanto de interés de mercado, i' en el momento j € [0, n] de producirse la cancelación, sea, mayor, igual ó menor que el tanto de interés, i del préstamo, es decir:

a) Si $i \leq i'$, el acreedor ó prestamista, no sale perjudicado por la cancelación del préstamo, debería cancelar por el valor del saldo en j, entonces, $A_j = C_j$.
b) Si $i' < i$, el acreedor ó prestamista, sale perjudicado por la cancelación del préstamo, esto, se contempla con una condición en el contrato.

Esta condición, será cancelar por una cantidad A_j, tal que pueda recibir, el acreedor ó deudor, al final de la operación, como mínimo, la cantidad $C_n = C_0\,(1+i)^n$, que era la pactada inicialmente en el contrato.

2ª.-CANCELACIÓN Ó REEMBOLSO PARCIAL, anotación de la cuantía del "pago"ó reembolso: R_j .
No se quiere hacer un reembolso total del préstamo, sino parcial, es decir, una entrega ó pago, R_j menor que el saldo pendiente, C_j , se pueden producir las mismas situaciones que en a) :

a) **Si $i \leq i'$, el acreedor ó prestamista, no sale perjudicado por la cancelación parcial del préstamo, no debería ser penalizado y la cuantía del nuevo saldo pendiente $C'_j =$ $= C_j - R_j$., siendo, $C'_0 = C'_j$**

b) **Si $i' < i$, el acreedor ó prestamista, si sale perjudicado por la cancelación parcial del préstamo, en el momento j, al entregar la cantidad R_j ,$C'_j=C_j-R_j$**

Como en este caso, $i' < i$, el nuevo saldo que quedaría pendiente de pago, para compensar la bajada del tipo de interés, será C'_j , más una cantidad, $X_j > 0$, al final de la operación, tendrá que cumplir que el acreedor habrá recibido del deudor como mínimo $C_n = C_0 (1+i)^n$, que era lo pactado inicialmente en el contrato.